

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО
Директор Высшей школы
современной математики
А.Н. Соболевский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Алгебра II
по направлению:	Математика
профиль подготовки:	Фундаментальная математика Высшая школа современной математики Высшая школа современной математики
курс:	1
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 90 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 60 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 96 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 216, всего зач. ед.: 6

Программу составили:

А.Н. Соболевский, д-р физ.-мат. наук

М.А. Цфасман, д-р физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании Высшая школа современной математики 02.09.2024

Аннотация

Алгебра является одной из основных математических дисциплин, понятия и конструкции которой встречаются во всех разделах современной математики. Вторая часть курса алгебры посвящена более глубокому анализу основных алгебраических понятий (групп, колец, полей, линейных пространств и операторов) и образует основу еще более детального изучения алгебраических структур в последующих семестрах. Цель курса – продолжить знакомить студентов с базовыми понятиями и основными результатами алгебры. Основное внимание уделяется теории групп, линейной алгебре, квадратичным формам. Курс доводится до эрмитовых форм и кватернионов. Полилинейная алгебра, алгебры Ли, теория Галуа и теория представлений изучается в следующем курсе алгебры.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Формирование фундаментальных знаний по алгебре (в частности. теории групп, квадратичным формам) для дальнейшего использования в других математических дисциплинах; формирование математической культуры, исследовательских навыков и способности применять знания на практике.

Задачи дисциплины

- приобретение слушателями теоретических знаний и практических умений и навыков в области теории групп и теории квадратичных форм;
- подготовка слушателей к изучению смежных математических дисциплин;
- приобретение навыков в применении алгебраических методов в других математических дисциплинах.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-3 Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики	ОПК-3.1 Знает основные правила оформления научных публикаций и научно-технической документации, в том числе с использованием прикладного программного обеспечения
	ОПК-3.2 Владеет на практике методологией составления научно-технических отчетов (проектов)
	ОПК-3.3 Владеет методами визуального и графического представления результатов научной (научно-технической, инновационной технологической) деятельности в виде отчетов, научных публикаций
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности

решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки рассуждений	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения
	ПК-3.3 Способен выявлять использованные при доказательстве предположения и предпосылки, в том числе неявные, и контролировать их корректность

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

Основные понятия алгебры, в том числе теории групп, линейной алгебры, квадратичных форм.

уметь:

Уметь разбирать конкретные примеры и проводить необходимые вычисления в области теории групп и полилинейной алгебры.

владеть:

Свободно владеть техническим инструментарием, необходимым для самостоятельной работы в области теории групп и полилинейной алгебры.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Фактор-группы	4	8		8
2	Задание групп образующими и соотношениями	2	4		8
3	Пространства действия групп	2	4		8
4	Теоремы Силова	2	4		8
5	Расширения групп	2	4		8
6	Примеры простых конечных групп	4	8		8
7	Билинейные формы	4	8		8
8	Кососимметрические формы	4	8		10
9	Тензорные произведения	2	4		10
10	Эрмитовы формы	2	4		10
11	Кватернионы	2	4		10
Итого часов		30	60		96
Подготовка к экзамену		30 час.			

Общая трудоёмкость	216 час., 6 зач.ед.
--------------------	---------------------

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

1. Фактор-группы

Фактор-группы, нормальные подгруппы, смежные классы, гомоморфизмы.

2. Задание групп образующими и соотношениями

Задание групп образующими и соотношениями.

Группы симметрий.

3. Пространства действия групп

Действия группы на множествах, орбиты и стабилизаторы.

Фактор-пространства.

4. Теоремы Силова

Прямые и полупрямые произведения групп. Теоремы Силова.

5. Расширения групп

Расширения групп.

Теорема Жордана-Гельдера.

6. Примеры простых конечных групп

Классификация простых конечных групп. Программа Горенштейна.

Семейства простых групп.

Группы Матье. Спорадические простые группы. Группа Монстр.

7. Билинейные формы

Билинейные и квадратичные формы над различными полями, их классификация.

Симметрические и кососимметрические билинейные формы.

8. Кососимметрические формы

Внешняя алгебра кососимметрических форм.

Ориентация.

Определители и их свойства.

9. Тензорные произведения

Тензорные произведения векторных пространств. Симметрическая и внешняя степени.

10. Эрмитовы формы

Эрмитова симметрия формы.

Овеществление и комплексификация.

11. Кватернионы

Группа и тело кватернионов.

Матричное представление кватернионов.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Курс алгебры, [учебник для вузов] / Э. Б. Винберг, Москва, МЦНМО, 2019

Дополнительная литература

1. Алгебра [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / С. Ленг ; пер. с англ. Е. С. Голда ; под ред. А. И. Кострикина .— М. : Мир, 1968 .— 564 с.
2. Основы алгебры / Е. Е. Тиртышников. – Москва: Физматлит, 2020. – Электронная копия доступна на сайте электронно-библиотечной системы
3. Алгебра [Текст] / И. М. Гельфанд, А. Шень - М.МЦНМО,2009

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<https://old.mccme.ru/iur/courses.php>
<https://library.mccme.ru/>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных и практических (семинарских) занятиях могут использоваться мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций, а также технологии дистанционной аудиовидеоконференцсвязи.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Методические указания приводятся в разрабатываемых аудиторных и домашних раздаточных материалах (листочках).

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Математика
профиль подготовки:	Фундаментальная математика Высшая школа современной математики Высшая школа современной математики
курс:	<u>1</u>
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Разработчики:

А.Н. Соболевский, д-р физ.-мат. наук

М.А. Цфасман, д-р физ.-мат. наук

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-3 Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики	ОПК-3.1 Знает основные правила оформления научных публикаций и научно-технической документации, в том числе с использованием прикладного программного обеспечения
	ОПК-3.2 Владеет на практике методологией составления научно-технических отчетов (проектов)
	ОПК-3.3 Владеет методами визуального и графического представления результатов научной (научно-технической, инновационной технологической) деятельности в виде отчетов, научных публикаций
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки рассуждений	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения
	ПК-3.3 Способен выявлять использованные при доказательстве предположения и предпосылки, в том числе неявные, и контролировать их корректность

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Алгебра II» обучающийся должен:

знать:

Основные понятия алгебры, в том числе теории групп, линейной алгебры, квадратичных форм.

уметь:

Уметь разбирать конкретные примеры и проводить необходимые вычисления в области теории групп и полилинейной алгебры.

владеть:

Свободно владеть техническим инструментарием, необходимым для самостоятельной работы в области теории групп и полилинейной алгебры.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по материалу предыдущего занятия.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Фактор-группы, нормальные подгруппы, смежные классы, гомоморфизмы
2. Задание групп образующими и соотношениями. Группы симметрий
3. Действия группы на множествах, орбиты и стабилизаторы. Фактор-пространства
4. Прямые и полупрямые произведения групп. Теоремы Силова
5. Теорема Жордана-Гельдера, расширения групп
6. Примеры простых конечных групп
7. Билинейные и квадратичные формы над различными полями, их классификация
8. Симметрические и кососимметрические билинейные формы
9. Внешняя алгебра кососимметрических форм. Ориентация. Определители и их свойства
10. Тензорные произведения векторных пространств. Симметрическая и внешняя степени
11. Эрмитовы формы. Овеществление и комплексификация
12. Кватернионы

Пример экзаменационного билета:

- 1) Расширения групп. Примеры.
- 2) Симметрическая и внешняя степени векторного пространства

Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Зачет проводится по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, предусмотренных программой дисциплины.

При проведении устного экзамена обучающемуся предоставляется 40 минут на подготовку. Опрос обучающегося по билету на устном экзамене не может продолжаться более двух астрономических часов.

Во время проведения экзамена и зачета обучающимся запрещается пользоваться помощью других лиц и мобильными телефонами, разрешается пользоваться программой учебной дисциплины и справочной литературой по выбору экзаменатора.